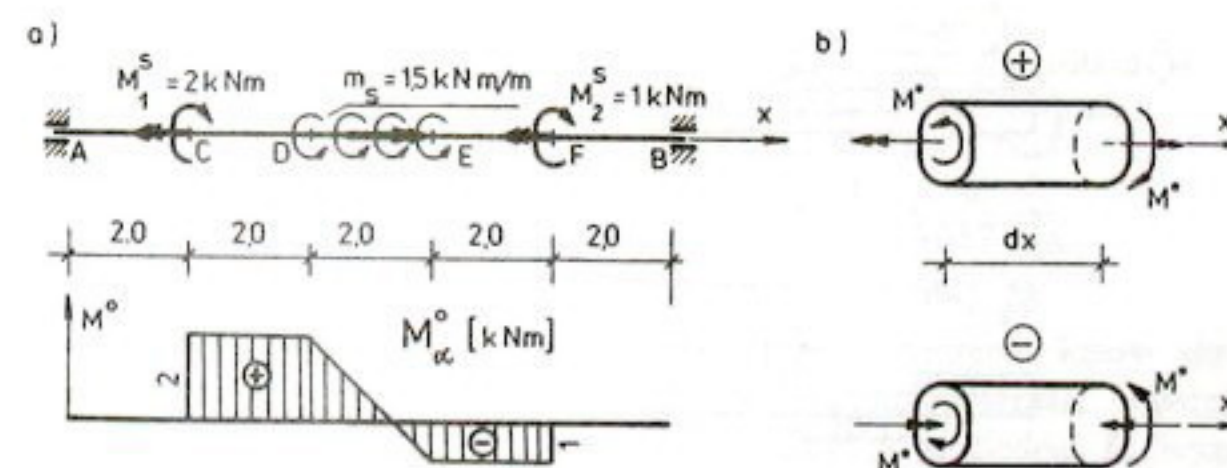


Rozdział 5

SKRĘCANIE

Zadanie 5.1

Dla pręta podpartego i obciążonego, jak na rys. 5.1a, sporządzić wykres momentów skręcających.



Rys. 5.1

Podobnie jak w wypadku momentów zginających czy sił poprzecznych lub podłużnych, przed przystąpieniem do rozwiązania zadania należy ustalić regułę znako-

wania momentów skręcających. Moment skręcający będziemy uważać za dodatni, gdy zwrot wektora momentu, ustalony na podstawie reguły śruby prawoskrętnej, jest zgodny z normalną zewnętrzną rozpatrywanego elementu, a za ujemny, gdy zwrócony jest przeciwnie (por. rys. 5.1b).

Obliczając zgodnie z definicją momentu skręcającego otrzymujemy dla poszczególnych odcinków pręta następujące wartości M_x^o

$$M_{AC}^o = 0,$$

$$M_{CD}^o = M_1^s = 2 \text{ kNm},$$

$$M_{DE}^o = M_1^s - m_s(x-4) = 2 - 1,5(x-4),$$

$$M_D^o = 2 \text{ kNm}, \quad M_E^o = 2 - 1,5(6-4) = -1 \text{ kNm},$$

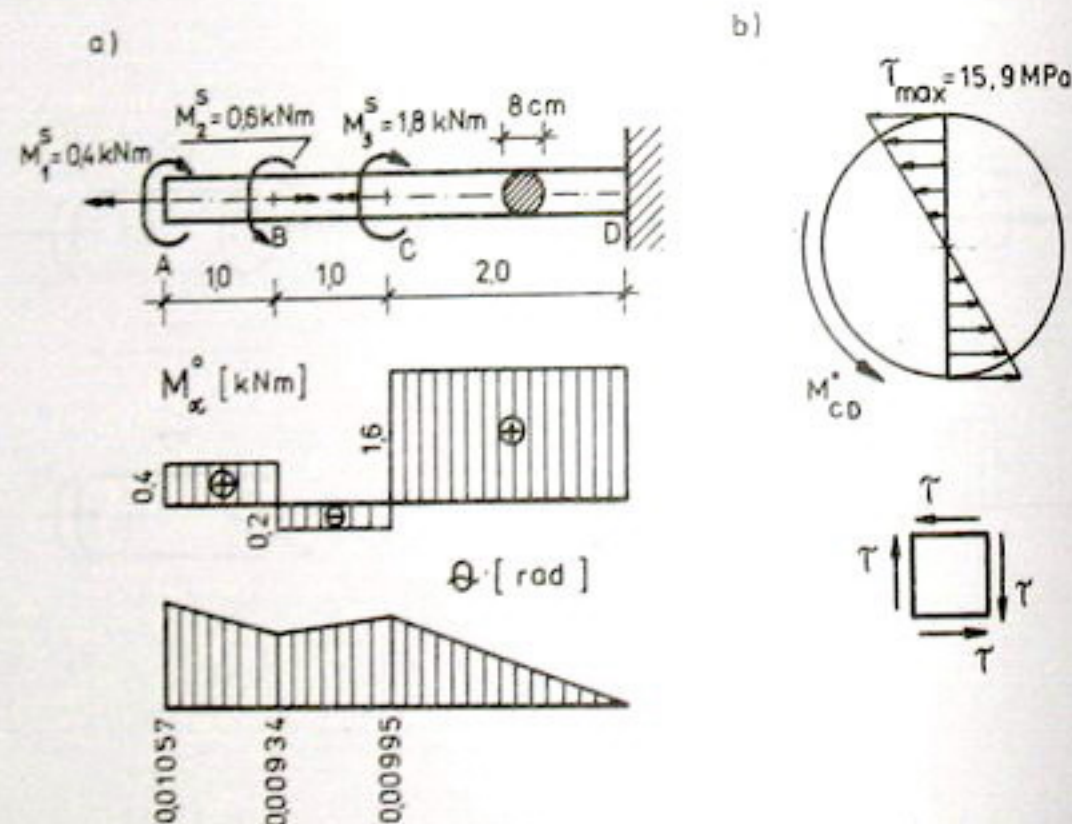
$$M_{FB}^o = M_1^s - m_s \cdot 2 + M_2^s = 2 - 1,5 \cdot 2 + 1 = 0.$$

Wykresy momentów skręcających pokazano na rys. 5.1a.

Zadanie 5.2

Dla pręta o przekroju kołowym i średnicy $d = 8 \text{ cm}$, obciążonego jak na rys. 5.2a, wyznaczyć kąty skręcenia przekrojów A , B , C względem przekroju D . Sporządzić wykres kątów skręcenia. Określić maksymalną wartość naprężenia stycznego ($\tau_{\max}$). Przyjąć współczynnik sprężystości poprzecznej materiału pręta $G = 8 \cdot 10^4 \text{ MPa}$.

Postępując analogicznie jak w zadaniu 5.1, łatwo sporządzić wykres momentów skręcających, który pokazano na rys. 5.2a.



Rys. 5.2

Kąt skręcenia odcinka pręta o długości l_{ik} , o stałym przekroju i stałym momencie skręcającym M_{ik}^o , wyznaczamy ze wzoru

$$\theta_{ik} = \frac{M_{ik}^o l_{ik}}{G J_o^{ik}},$$

gdzie: J_o^{ik} – biegunowy moment bezwładności przekroju poprzecznego względem jego środka.

Korzystając z powyższego wzoru i podstawiając

$$G = 8 \cdot 10^3 \text{ kN/cm}^2 \quad \text{oraz} \quad J_o = \frac{\pi d^4}{32} = \frac{3,14 \cdot 8^4}{32} = 401,9 \text{ cm}^4,$$

otrzymujemy:

Kąt skręcenia $\theta_{CD} = \theta_C$ przekroju C względem przekroju D wynosi

$$\theta_{CD} = \frac{M_{CD}^o \cdot l_{CD}}{G J_o^{CD}} = \frac{160 \cdot 200}{8 \cdot 10^3 \cdot 401,9} = 0,00995 \text{ rad.}$$

Kąt skręcenia przekroju B względem D

$$\theta_{BD} = \frac{M_{BC}^o \cdot l_{BC}}{G J_o^{BC}} + \frac{M_{CD}^o l_{CD}}{G J_o^{CD}} + \frac{(-20) 100}{8 \cdot 10^3 \cdot 401,9} + \frac{160 \cdot 200}{8 \cdot 10^3 \cdot 401,9} = 0,00934 \text{ rad.}$$

Kąt skręcenia przekroju A względem D

$$\theta_{AD} = \frac{M_{AB}^o l_{AB}}{G J_o^{AB}} + \frac{M_{BC}^o l_{BC}}{G J_o^{BC}} + \frac{M_{CD}^o l_{CD}}{G J_o^{CD}} = \frac{40 \cdot 100}{8 \cdot 10^3 \cdot 401,9} + \frac{(-20) \cdot 100}{8 \cdot 10^3 \cdot 401,9} + \frac{160 \cdot 200}{8 \cdot 10^3 \cdot 401,9} = 0,01057 \text{ rad.}$$

Wykres kątów skręcenia pokazano na rys. 5.2a. Obliczenie kątów skręcenia można przeprowadzić w odmienny sposób, wykorzystując zasadę superpozycji. Poniżej przykładowo obliczono kąt skręcenia przekroju A względem D , wyznaczając oddzielnie kąt skręcenia od poszczególnych momentów M_1^s , M_2^s , M_3^s

$$\theta_{AD} = \theta_{AD}^{M_1^s} + \theta_{AD}^{M_2^s} + \theta_{AD}^{M_3^s},$$

$$\theta_{AD}^{M_1^s} = \frac{40 \cdot 400}{8 \cdot 10^3 \cdot 401,9} = 0,00498 \text{ rad,}$$

$$\theta_{AD}^{M_2^s} = \frac{(-60) \cdot 300}{8 \cdot 10^3 \cdot 401,9} = -0,00560 \text{ rad},$$

$$\theta_{AD}^{M_3^s} = \frac{180 \cdot 200}{8 \cdot 10^3 \cdot 401,9} = 0,0112 \text{ rad}.$$

Po zsumowaniu otrzymujemy

$$\theta_{AD} = 0,01057 \text{ rad}.$$

Naprężenia styczne w przekrojach poprzecznych skręcanych prętów kołowych i pierścieniowych wyznaczamy ze wzoru

$$\tau_\rho = \frac{M_\alpha^o \rho}{J_o},$$

gdzie: M_α^o – moment skręcający w danym przekroju pręta,

ρ – odległość biegunowa punktu, w którym wyznaczamy naprężenia.

Rozkład naprężeń stycznych wzdłuż dowolnego promienia przekroju poprzecznego pręta skręcanego jest więc liniowy, a wartości tych naprężeń są proporcjonalne do odległości ρ od środka przekroju. Ponieważ przekrój pręta jest stały więc na pewno maksymalne naprężenia styczne wystąpią na powierzchni pręta w przekroju, w którym moment skręcający jest największy $M_{\max}^o = M_{CD}^o = 1,6 \text{ kNm}$

$$\tau_{\max} = \frac{M_{\max}^o \cdot \frac{d}{2}}{J_o} = \frac{160 \cdot 4}{401,9} = 1,59 \text{ kN/cm}^2 = 15,9 \text{ MPa}.$$

Rozkład naprężeń stycznych w przekroju poprzecznym pręta na odcinku CD pokazano na rys. 5.2b. Na rysunku tym pokazano również stan naprężenia jaki istnieje w dowolnym punkcie na zewnętrznej lub wewnętrznej powierzchni walcowej odcinka pręta. Zwroty naprężeń odpowiadają dodatniemu momentowi skręcającemu.

Zadanie 5.3

Pręt o przekroju kołowym, na jednym końcu utwierdzony a na drugim swobodny, obciążony jest jak pokazano na rys. 5.3. Sporządzić wykres momentów skręcających i kątów obrotu poszczególnych przekrojów oraz określić maksymalne naprężenia styczne. Przyjąć $G = 8 \cdot 10^4 \text{ MPa}$ oraz $d = 8 \text{ cm}$.

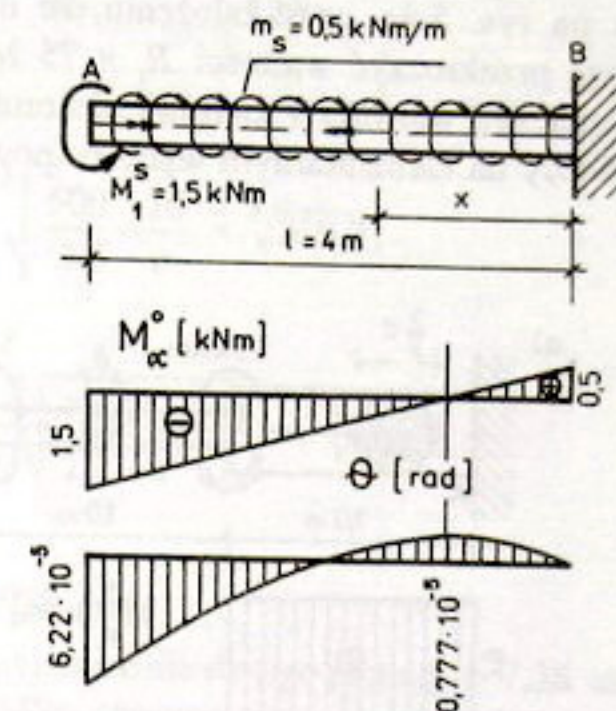
Moment skręcający w dowolnym przekroju pręta AB można zapisać

$$M_{AB}^o = -M_1^s + m_s(l - x) = -1,5 + 0,5(4 - x) = 0,5 - 0,5x,$$

$$M_A^o = -1,5 \text{ kNm}, \quad M_B^o = 0,5 \text{ kNm}.$$

Wykres momentów skręcających pokazano na rys. 5.3. Kąt skręcenia pręta w dowolnym przekroju liczony względem przekroju utwierdzenia wynosi

$$\begin{aligned} \theta_{AB}(x) &= \int_0^x \frac{M_{AB}^o}{G J_o} dx = \\ &= \frac{1}{8 \cdot 10^3 \cdot \frac{\pi \cdot 8^4}{32}} \int_0^x (0,5 - 0,5x) 10^2 dx = \\ &= 3,11 \cdot 10^{-5} \left(0,5x - \frac{0,5 \cdot x^2}{2} \right), \end{aligned}$$



Rys. 5.3

stąd

$$\text{dla } x' = 0, \quad \theta_B = 0,$$

$$\text{dla } x = 4,0 \text{ m}, \quad \theta_A = -6,22 \cdot 10^{-5} \text{ rad}.$$

Aby wyznaczyć ekstremum funkcji kąta skręcenia przyrównujemy pierwszą pochodną do zera

$$\frac{d\theta_{AB}(x)}{dx} = \frac{1}{G J_o} (0,5 - 0,5x) = 0, \quad \text{stąd } x = 1,0 \text{ m}.$$

Łatwo zauważyć, że pierwsza pochodna kąta skręcenia jest równa $\frac{1}{G J_o}$ – krotnej wartości M_α^o , stąd ekstremum $\theta(x)$ występuje w przekroju gdzie $M_\alpha^o = 0$ (por. rys. 5.3)

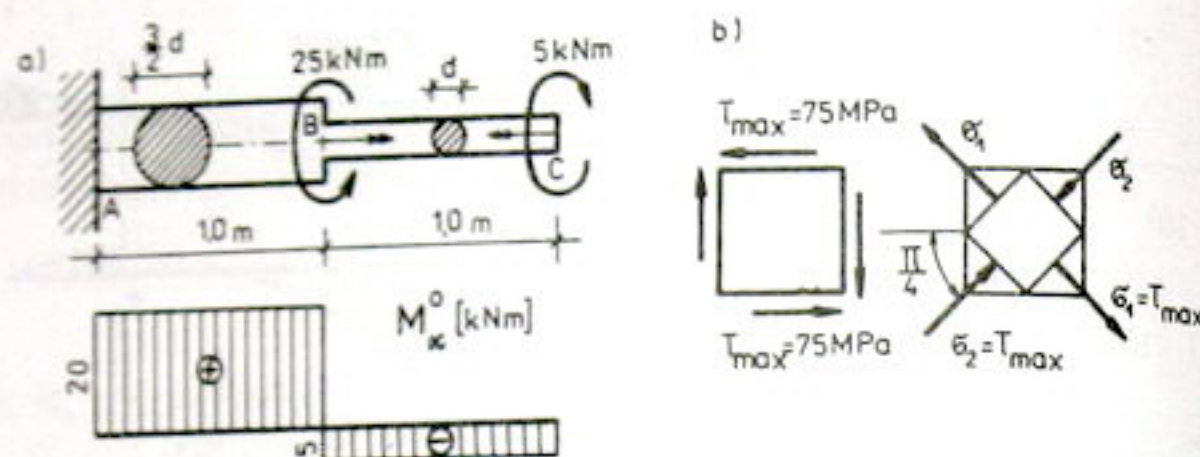
$$\theta_{\text{extr}} = 3,11 \cdot 10^{-5} \left(0,5 - \frac{0,5 \cdot 1^2}{2} \right) = 0,777 \cdot 10^{-5} \text{ rad}.$$

Maksymalne naprężenia styczne występują w przekroju A i wynoszą

$$\tau_{\max} = \frac{M_A^o \cdot \frac{d}{2}}{J_o} = \frac{150 \cdot 4}{401,9} = 1,49 \text{ kN/cm}^2 = 14,9 \text{ MPa}.$$

Zadanie 5.4

Wyznaczyć minimalną średnicę d pręta skręcanego, podpartego i obciążonego jak na rys. 5.4a, przy założeniu, że maksymalne naprężenia styczne w pręcie nie mogą przekroczyć wartości $R_t = 75 \text{ MPa}$. Przyjmując obliczoną średnicę d pręta, wyznaczyć wartości i kierunki ekstremalnych naprężeń głównych oraz pokazać ich wektory na elementarnym wycinku powierzchni pręta.



Rys. 5.4

Momenty skręcające w przekrojach poszczególnych odcinków pręta wynoszą

$$M_{BC}^o = -5 \text{ kNm},$$

$$M_{BA}^o = -5 + 25 = 20 \text{ kNm}.$$

Wykres momentów skręcających pokazano na rys. 5.4a. Ponieważ momenty skręcające oraz przekroje pręta na odcinkach AB i CB są różne, należy sprawdzić naprężenia na obu odcinkach. Dla każdego odcinka trzeba wyznaczyć minimalną wartość d , większa z tych wartości jest rozwiązaniem zadania.

Dla odcinka BC mamy

$$\tau_{\max}^{BC} = \frac{M_{BC}^o \rho_{\max}}{J_o^{BC}} = \frac{M_{BC}^o}{W_o^{AB}} \leq R_t,$$

gdzie: $W_o = J_o / \rho_{\max}$ – wskaźnik wytrzymałości pręta przy skręcaniu.

Analogicznie dla odcinka AB

$$\tau_{\max}^{AB} = \frac{M_{AB}^o}{W_o^{AB}} \leq R_t,$$

$$W_o^{BC} = \frac{\pi d^3}{16}, \quad W_o^{AB} = \frac{\pi \left(\frac{3}{2}d\right)^3}{16} = \frac{27 \cdot \pi d^3}{128}.$$

Podstawiając otrzymujemy

$$\frac{500}{\frac{\pi d^3}{16}} \leq 7,5, \quad \text{stąd} \quad d \geq \sqrt[3]{\frac{500 \cdot 16}{7,5 \cdot \pi}} = \sqrt[3]{339,7},$$

$$\frac{2000}{\frac{27 \cdot \pi d^3}{128}} \leq 7,5, \quad \text{stąd} \quad d \geq \sqrt[3]{\frac{2000 \cdot 128}{27 \cdot \pi \cdot 7,5}} = \sqrt[3]{402,6}.$$

Minimalna średnica pręta $d = \sqrt[3]{402,6} = 7,38 \text{ cm}$.

Z przeprowadzonych obliczeń wynika, że przyjmując dla danego pręta $d = 7,38 \text{ cm}$, maksymalne naprężenia styczne $\tau_{\max} = 75 \text{ MPa}$ otrzymamy na powierzchni bocznej pręta na odcinku AB, tam też wystąpią ekstremalne naprężenia główne, które wynoszą odpowiednio

$$\sigma_{\max/\min} = \pm \tau_{\max} = \pm 75 \text{ MPa}.$$

Naprężenia główne występują w płaszczyznach nachylonych pod kątem $\pi/4$ i $3\pi/4$ w stosunku do osi pręta, w płaszczyznach tych naprężenia styczne są równe zero.

Na rys. 5.4b na elementarnym wycinku powierzchni pręta z odcinka AB, którego boki są odpowiednio równoległe i prostopadłe do tworzących, pokazano wektory naprężeń stycznych (zwroty naprężeń odpowiadają $M_x^o > 0$). Obok dla tego samego punktu pokazano odpowiadający stan naprężeń głównych.

Zadanie 5.5

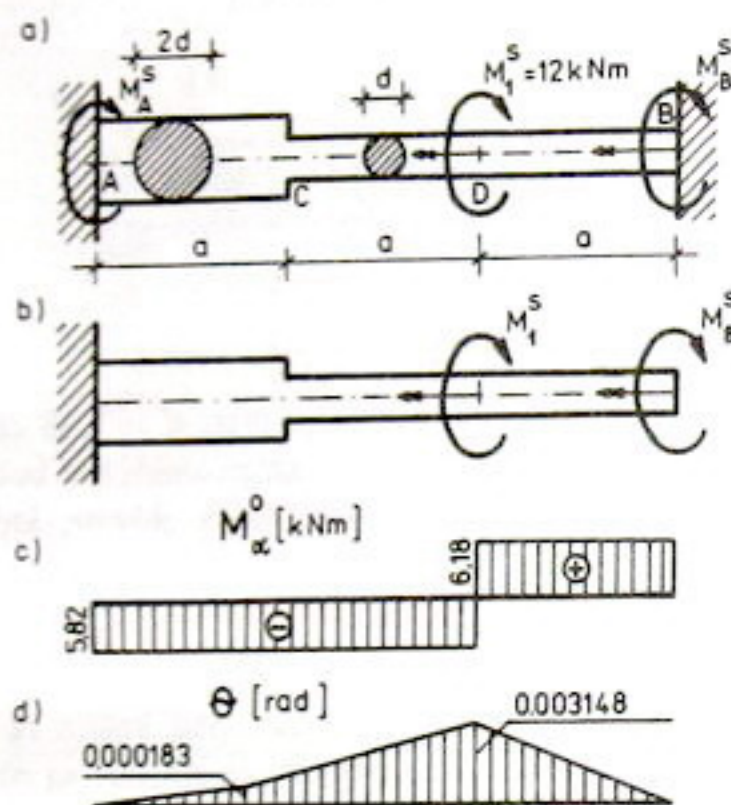
Dla pręta walcowego, o skokowo zmiennym przekroju, zamocowanego i obciążonego jak na rys. 5.5a, wyznaczyć składowe reakcji podpór, sporządzić wykres momentów skręcających oraz kątów skręcenia. Przyjąć $d = 10 \text{ cm}$, $a = 0,4 \text{ m}$, $G = 8 \cdot 10^4 \text{ MPa}$.

Reakcjami podpór będą momenty utwierdzenia M_A^S i M_B^S , których zwroty zakładamy dowolnie. Przyjmując zwroty tych momentów jak na rys. 5.5 i traktując pręt jako ciało sztywne można zapisać warunek równowagi w następującej postaci:

$$1) \sum M_i^S = M_B^S + M_1^S + M_A^S = 0.$$

Równanie to zawiera dwie niewiadome M_A^S , M_B^S . Ponieważ jest to jedyne równanie równowagi dla tego pręta, więc zadanie jest statycznie niewyznaczalne. Drugie równanie konieczne do rozwiązania zadania uzyskamy, analizując odkształcenia

skręcanego pręta. W tym celu usuwamy podporę B i jej oddziaływanie na pręt zastępujemy momentem M_B^s . Otrzymujemy w ten sposób pręt jednostronnie utwierdzony (układ zastępczy statycznie wyznaczalny), obciążony w przekrojach D i B momentami M_1^s i M_B^s (por. rys. 5.5b). Aby oba układy były równoważne, ich odkształcenia muszą być identyczne. Z warunku podparcia pręta pierwotnego wynika, że kąt skręcenia przekroju B musi być równy zero.



Rys. 5.5

Podstawiając

$$J_o^{BD} = J_o^{DC} = \frac{\pi d^4}{32} = \frac{\pi \cdot 10^4}{32} = 981,7 \text{ cm}^4$$

$$J_o^{AC} = \frac{\pi (2d)^4}{32} = \frac{\pi \cdot 20^4}{32} = 15708 \text{ cm}^4,$$

mamy

$$\theta_{BA}^{M_1^s} = -\frac{M_B^s \cdot 80}{8 \cdot 10^3 \cdot 981,7} - \frac{M_B^s \cdot 40}{8 \cdot 10^3 \cdot 15708} = -1,05 \cdot 10^{-5} M_B^s,$$

Obliczając dla schematu zastępczego kąt skręcenia $\theta_{BA} = \theta_B$ i przyrównując go do zera otrzymujemy drugie równanie (warunek geometryczny).

Korzystając z zasady superpozycji możemy wyrazić kąt skręcenia θ_{BA} jako sumę kąta skręcenia $\theta_{BA}^{M_B^s}$ wywołanego działaniem momentu M_B^s i kąta skręcenia $\theta_{BA}^{M_1^s}$ wywołanego działaniem momentu M_1^s . Otrzymujemy w ten sposób następujące równanie:

$$2) \quad \theta_{BA} = \theta_{BA}^{M_B^s} + \theta_{BA}^{M_1^s} = 0,$$

gdzie:

$$\theta_{BA}^{M_B^s} = -\frac{M_B^s \cdot l_{BC}}{G \cdot J_o^{BC}} - \frac{M_B^s \cdot l_{AC}}{G \cdot J_o^{AC}},$$

$$\theta_{BA}^{M_1^s} = -\frac{M_1^s \cdot l_{DC}}{G \cdot J_o^{DC}} - \frac{M_1^s \cdot l_{AC}}{G \cdot J_o^{AC}}.$$

$$\theta_{BA}^{M_1^s} = -\frac{1200 \cdot 40}{8 \cdot 10^3 \cdot 981,7} - \frac{1200 \cdot 40}{8 \cdot 10^3 \cdot 15708} = -6,49 \cdot 10^{-3}.$$

Po rozwiązaniu układu równań otrzymujemy

$$M_A^s = -5,82 \text{ kNm},$$

$$M_B^s = -6,18 \text{ kNm}.$$

Wykres momentów skręcających pokazano na rys. 5.5c. Korzystając z tego wykresu obliczamy kąty skręcenia przekroju D oraz C względem przekroju B

$$\theta_{DB} = \frac{M_{DB}^s \cdot l_{DB}}{G J_o^{DB}} = \frac{618 \cdot 40}{8 \cdot 10^3 \cdot 981,7} = 3,148 \cdot 10^{-3},$$

$$\theta_{CB} = \frac{M_{DB}^s \cdot l_{DB}}{G J_o^{DB}} + \frac{M_{CD}^s \cdot l_{CD}}{G J_o^{CD}} = \frac{618 \cdot 40}{8 \cdot 10^3 \cdot 981,7} - \frac{582 \cdot 40}{8 \cdot 10^3 \cdot 981,7} = 1,833 \cdot 10^{-4}.$$

Wykres kątów skręcenia pokazano na rys. 5.5d.

Zadanie 5.6

Dla pręta obustronnie utwierdzonego, o przekroju pierścieniowym na odcinku BC oraz o przekroju kołowym na odcinku AC , obciążonego jak na rys. 5.6a, sporządzić wykres momentów skręcających oraz określić maksymalne naprężenia styczne w obu częściach pręta. Moduł sprężystości poprzecznej stały dla całego pręta $G = 8 \cdot 10^4 \text{ MPa}$, średnica zewnętrzna pręta $d = 8 \text{ cm}$, średnica wewnętrzna $d_1 = 4 \text{ cm}$.

Zakładając zwroty reakcji podpór M_A^s i M_B^s , jak pokazano na rys. 5.6a, otrzymujemy równanie równowagi w postaci

$$1) \quad -M_B^s + M_1^s - M_2^s - M_A^s = 0.$$

Rozpatrując układ zastępczy statycznie wyznaczalny (por. rys. 5.6a) i korzystając z warunku, że kąt skręcenia w przekroju B musi być równy zero (utwierdzenie) otrzymujemy drugie równanie (warunek geometryczny).

$$2) \quad \theta_{BA} = \theta_B = \theta_{BA}^{M_B^s} + \theta_{BA}^{M_1^s} + \theta_{BA}^{M_2^s} = 0.$$

Podstawiając

$$J_o^{BC} = \frac{\pi (d^4 - d_1^4)}{32} = \frac{3,14(8^4 - 4^4)}{32} = 377 \text{ cm}^4,$$

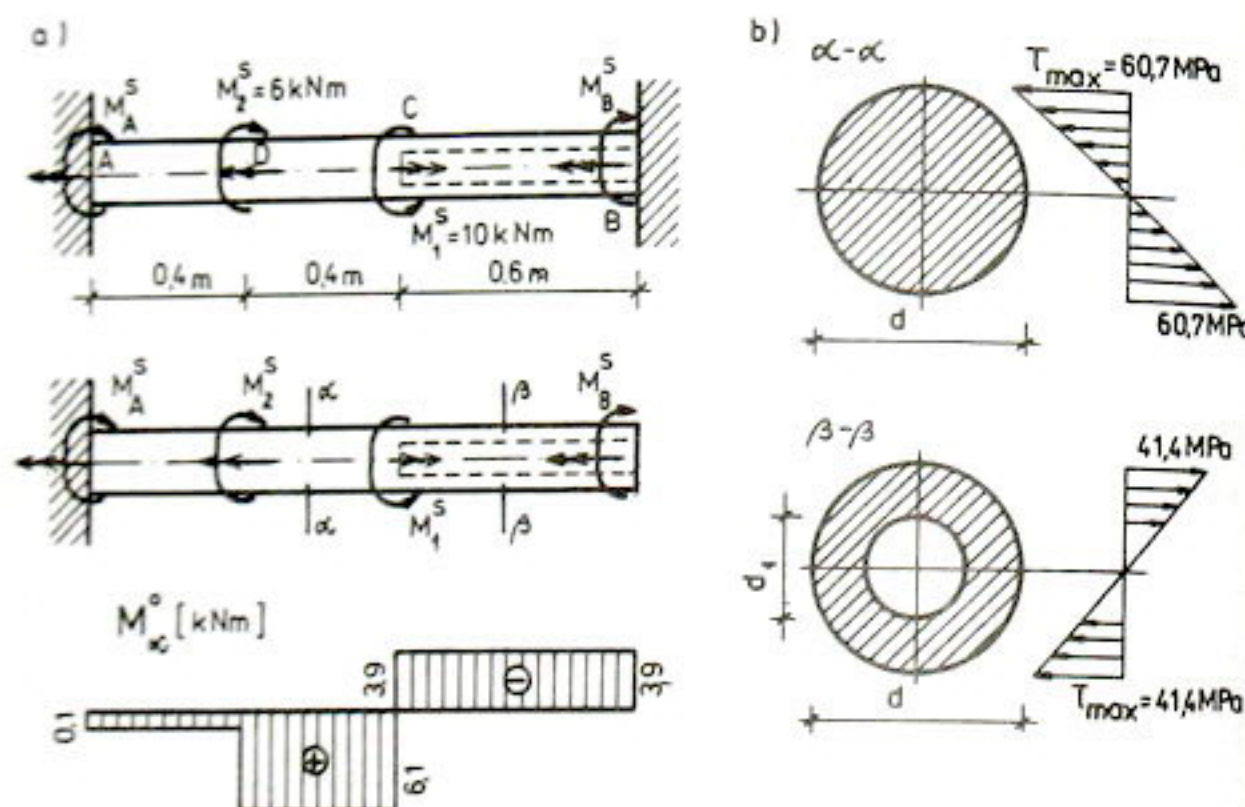
$$J_o^{AC} = \frac{\pi d^4}{32} = \frac{3,14 \cdot 8^4}{32} = 402,1 \text{ cm}^4,$$

otrzymujemy

$$\theta_{BA}^{M_B^s} = \frac{M_B^s \cdot 60}{8 \cdot 10^3 \cdot 377} - \frac{M_B^s \cdot 80}{8 \cdot 10^3 \cdot 402,1} = -4,476 \cdot 10^{-5} M_B^s,$$

$$\theta_{BA}^{M_1^s} = \frac{1000 \cdot 80}{8 \cdot 10^3 \cdot 402,1} = 0,0249,$$

$$\theta_{BA}^{M_2^s} = -\frac{600 \cdot 40}{8 \cdot 10^3 \cdot 402,1} = -0,00747.$$



Rys. 5.6

Podstawiając obliczone wartości do równania 2 otrzymujemy po jego rozwiązaniu $M_B^s = 3,9 \text{ kNm}$.

Rozwiązując równanie 1 można wyznaczyć wartość momentu utwierdzenia w podporze A - $M_A^s = 0,1 \text{ kNm}$.

Wykres momentów skręcających pokazano na rys. 5.6a.

Maksymalne naprężenia styczne na powierzchni pręta kołowego wystąpią na odcinku DC i wynoszą

$$\tau_{max} = \frac{610 \cdot 4}{402,1} = 6,07 \text{ kN/cm}^2 = 60,7 \text{ MPa}.$$

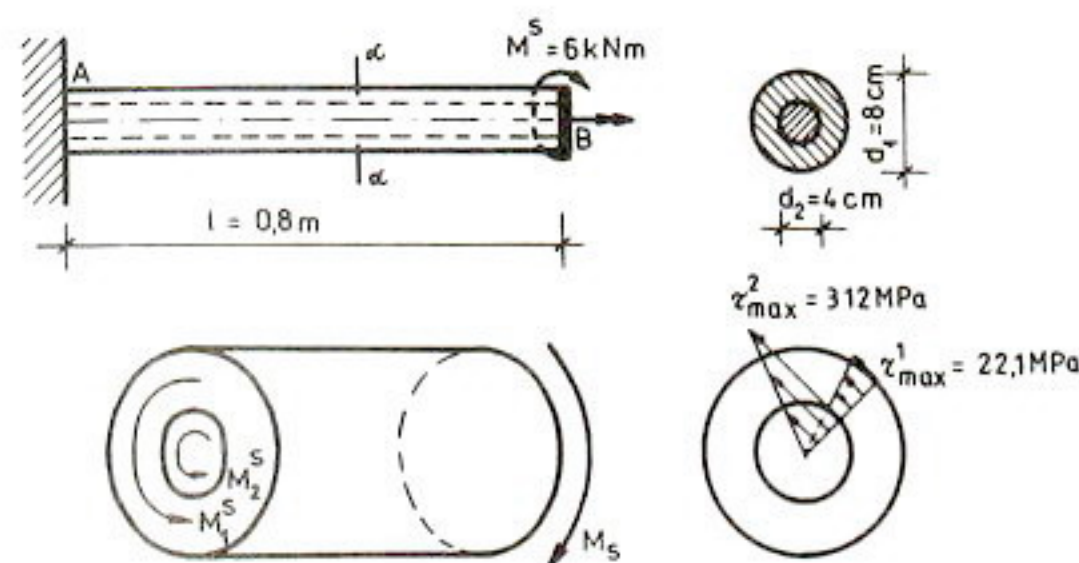
Dla odcinka pręta o przekroju pierścieniowym mamy

$$\tau_{max} = \frac{390 \cdot 4}{377} = 4,14 \text{ kN/cm}^2 = 41,4 \text{ MPa}.$$

Rozkład naprężeń stycznych, w przekrojach poprzecznych pręta na odcinkach DC i CB, pokazano na rys. 5.6b.

Zadanie 5.7

Dany jest pręt skręcany momentem $M^s = 6 \text{ kNm}$, składający się z aluminiowej rury o długości $l = 0,8 \text{ m}$, w którą włożono stalowy pręt okrągły tej samej długości (rys. 5.7). W przekroju A pręt jest utwierdzony, natomiast w przekroju B swobodny lecz zakończony sztywną płytką zapewniającą jednakowy kąt skręcenia obu części pręta. Sporządzić wykres naprężeń stycznych w przekroju poprzecznym pręta. Przyjąć dla rury $G_1 = 2,8 \cdot 10^4 \text{ MPa}$, natomiast dla pręta $G_2 = 8 \cdot 10^4 \text{ MPa}$.



Rys. 5.7

Aby określić wartości naprężeń stycznych w przekroju poprzecznym pręta należy wyznaczyć momenty skręcające M_1^s i M_2^s przenoszone odpowiednio przez aluminiową rurę oraz stalowy pręt. Zadanie jest więc statycznie niewyznaczalne i do jego rozwiązania, poza warunkiem statycznym należy skorzystać z warunku geometrycznego, wynikającego z odkształceń sprężystych pręta.

Rozpatrując równowagę odciętej przekrojem $\alpha - \alpha$ części pręta (por. rys. 5.7) otrzymujemy

$$1) M_1^s + M_2^s - M^s = 0.$$

Kąty skręcenia rury i pręta muszą być sobie równe, więc drugie równanie przyjmuje postać

$$\theta_{BA}^{M_1^s} = \theta_{BA}^{M_2^s},$$

czyli

$$2) \frac{M_1^s \cdot l}{G_1 \cdot J_{o1}} = \frac{M_2^s \cdot l}{G_2 \cdot J_{o2}}.$$

Podstawiając

$$J_{o1} = \frac{\pi(d_1^4 - d_2^4)}{32} = \frac{3,14(8^4 - 4^4)}{32} = 377 \text{ cm}^4,$$

$$J_{o2} = \frac{\pi d_2^4}{32} = \frac{3,14 \cdot 4^4}{32} = 25,1 \text{ cm}^4,$$

otrzymujemy po rozwiązaniu równań 1 i 2

$$M_1^s = 2,08 \text{ kNm}, \quad M_2^s = 3,92 \text{ kNm}.$$

Maksymalne naprężenia styczne wynoszą

$$\text{dla rury} \quad \tau_{\max}^1 = \frac{208 \cdot 4}{377} = 2,21 \text{ kN/cm}^2 = 22,1 \text{ MPa},$$

$$\text{dla pręta} \quad \tau_{\max}^2 = \frac{392 \cdot 2}{25,1} = 31,2 \text{ kN/cm}^2 = 312 \text{ MPa}.$$

Rozkład naprężeń stycznych w przekroju poprzecznym pręta złożonego pokazano na rys. 5.7.

Zadanie 5.8

Pręt o przekroju prostokątnym obciążony jest na końcach momentami skręcającymi $M^s = 2 \text{ kNm}$.

Obliczyć maksymalne naprężenia styczne i naszkicować rozkład naprężeń stycznych wzdłuż osi głównych przekroju, przekątnych oraz na krawędziach bocznych. Długości boków przekroju wynoszą $h = 9 \text{ cm}$, $b = 6 \text{ cm}$.

Ponieważ skręcany pręt ma stały przekrój i obciążony jest wyłącznie momentami przyłożonymi na jego końcach, spełnione są warunki swobodnego (czystego) skręcenia.

Deplanacja dla wszystkich przekrojów poprzecznych pręta jest taka sama, a więc następuje we wszystkich przekrojach jednakowy rozkład naprężeń stycznych, natomiast naprężenia normalne są równe zeru.

Wartości naprężeń stycznych τ w poszczególnych punktach przekroju prostokątnego nie są proporcjonalne do ich odległości od środka. Największe naprężenia styczne występują w środku dłuższego boku przekroju i na podstawie teorii opracowanej przez de Saint-Venanta określa się je wg wzoru

$$\tau_{\max} = \frac{M_a^o}{k_1 b^2 h},$$

gdzie k_1 – współczynnik zależny od stosunku h/b .

W naszym wypadku $h : b = 1,5$, stąd z tablic $k_1 = 0,231$. Podstawiając mamy

$$\tau_{\max} = \frac{200}{0,231 \cdot 6^2 \cdot 9} = 2,67 \text{ kN/cm}^2 = 26,7 \text{ MPa}.$$

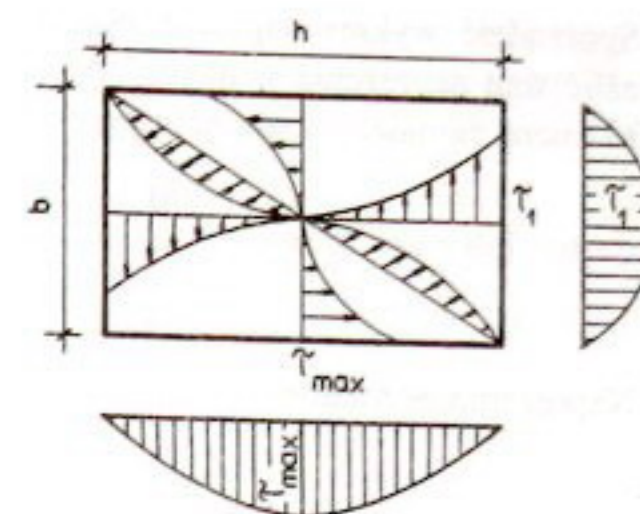
Wartość naprężeń stycznych na środku krótszego boku prostokąta można otrzymać na podstawie zależności

$$\tau_1 = \alpha \tau_{\max}$$

gdzie α – współczynnik zależny od stosunku h/b (dla $h/b = 1,5$ $\alpha = 0,86$), stąd

$$\tau_1 = 0,86 \cdot 26 = 22,9 \text{ MPa}.$$

Rozkład naprężeń stycznych pokazano na rys. 5.8.



Rys. 5.8